dsp@stettbacher.ch I +41 43 299 57 23 I CH-8600 Dübendorf

Einsatz von Modellen in der Regelungstechnik

22. November 2017

Mathematische Modelle spielen in der Regelungstechnik eine wichtige Rolle. Beispielweise kann damit der negative Einfluss von Totzeit erheblich reduziert werden. Aber auch in vielen andere Fällen führt der Einsatz von Modellen zu einer wesentlichen Verbesserung im Regelverhalten. Das folgende Beispiel zeigt eine typische Anwendung von Modellen in der Mess- und Regelungstechnik.

Interpolator

Die Erfassung von Messdaten erfolgt in manchen Fällen nicht synchron mit dem Regeltakt, gelegentlich überhaupt nicht äquidistant in der Zeit. Ein Regler wäre aber auf aktuelle und regelmässig erfasste Istwerte angewiesen. Mit Hilfe eines Modell kann man die benötigten Zwischenwerte berechnen.

Ein bekanntes Beispiel ist der Kilometerzähler bei Fahrrad. Er liefert nur einmal pro Radumdrehung einen Zählimpuls. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Zählimpulsen ist abhängig von der Fahrgeschwindigkeit. Beim langsamen Fahren tritt nur selten ein Impuls auf, so dass man in der Zwischenzeit keine Information über den exakten Fahrweg erhält. Wenn der Radumfang U bekannt ist, so kann für jeden Zählimpuls die gefahrene Strecke $s[k]$ zum Zeitpunkt des k-ten Impulses mit der folgenden Gleichung ermittelt werden.

$$s[k] = k * U$$

Typisch sind Motoranwendungen

In industriellen Anwendungen gibt es zahlreiche Messsysteme, die sich sehr ähnlich verhalten wie der Kilometerzähler beim Fahrrad. Klassische Beispiele sind digitale A/B-Drehgeber, Resolver, etc., wie sie in fast allen Mortoranwendungen vorkommen. Um auch in der Zeitspanne zwischen den Zählimpulsen einen aktuellen Positionswert zur Verfügung zu haben gibt es verschiedene Verfahren.

Bild 1: Motor mit A/B-Drehgeber.

Der einfachste Ansatz geht davon aus, dass sich die Position zwischen zwei Zählimpulsen nicht ändert. Bei dieser Annahme sind keine weiteren Massnahmen notwendig. In vielen Fällen ist jedoch die resultierende Treppenfunktion sehr störend und verhindert eine befriedigende Regelung. Ausgefeiltere Verfahren nutzen neben den Positionsdaten jedoch auch die aktuelle Geschwindigkeit und allenfalls sogar die Beschleunigung um genauere Positionswerte zu liefern.

Wir wollen hier den Fall ansehen, bei dem die Geschwindigkeit berücksichtigt wird. Man nennt dies eine Lösung 1. Ordnung, weil die Berechnung einer Differenzialgleichung erster Ordnung folgt. Entsprechend ist der oben erwähnte, einfachste Ansatz eine Lösung null-ter Ordnung.

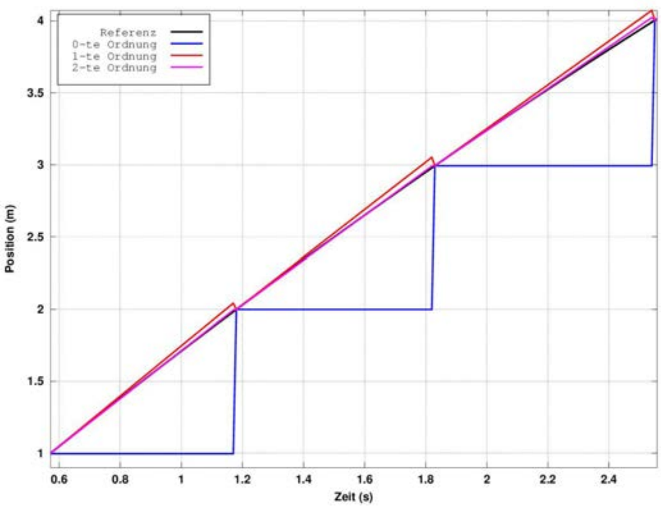
Die Geschwindigkeit $v[k]$ kann man mit Hilfe der Differenzzeit $T[k]$ zwischen den Zählimpulsen mit den Nummern k und k-1 berechnen als:

$$v[k] = \frac{U}{T[k]}$$

Die Interpolation erster Ordnung des aktuellen Weges zur Zeit t nach dem Zählimpuls k ist dann:

$$s_k(t) = k \cdot U + v[k] \cdot t$$

Dabei haben wir den Weg jetzt als $s_k(t)$ bezeichnet, um anzuzeigen, dass der Weg von der kontinuierlichen Zeit t und dem Zählimpuls k abhängt. Die Abbildung zeigt in schwarz einen tatsächlichen Positionsverlauf. Die blaue Kurve zeigt die Positionsschätzung null-ter Ordnung, also mit einer konstanten Position zwischen den Zählimpulsen. Da, wo die blaue Kurve zur schwarzen springt, tritt jeweils ein Zählimpuls auf. In rot ist die Schätzung erster Ordnung dargestellt und in magenta jene zweiter Ordnung. Man erkennt sofort, dass der Schätzungfehler der Position zwischen zwei Zählimpulsen mit der Ordnung abnimmt. Die Interpolation zweiter Ordnung verdeckt die schwarze Kurve schon weitgehend. Allerdings wird der Gewinn mit steigender Ordnung immer kleiner. Auch das ist im Bild ersichtlich.



Selbstverständlich sind die interpolierten Positionsschätzungen nie ganz genau. Das Modell weiss beispielsweise nichts davon, ob sich im aktuellen Intervall die Geschwindigkeit oder Beschleunigung weiter verändert. Daher gibt es bei jedem Zählimpuls eine Korrektur, so dass die Schätzung auf den wahren Wert zurück springt. Die resultierenden Zacken, die in der roten Kurve des Bildes gut erkennbar sind, lassen sich jedoch mit einem geeigneten Tiefpassfilter gut wegglätten.

Fazit: Verbessertes Reglerverhalten

Bedenkt man, dass die Geschwindigkeit die Ableitung der Position ist, und dass die Beschleunigung die nochmalige Ableitung davon ist, so erkennt man den mathematischen Hintergrund der zuvor erläuterten Interpolation. Das Modell entspricht in diesem Fall einer Taylorreihe T_N der Ordnung N, welche die Positionsfunktion $sk(t)$ nach der Stelle des k-ten Zählimpulses annähert.

$$
\begin{aligned}
T_N\{s_k(t)\} &= \sum_{n=0}^{N} \frac{s_k^{(n)}(0)}{n!} \cdot t^n \\
&= s_k(0) + s_k'(0) \cdot t + s_k''(0) \cdot \frac{t^2}{2} + \ldots + s_k^{(N)}(0) \cdot \frac{t^n}{N!}
\end{aligned}
$$

Dabei ist $s'_k(0)$ die ermittelte Geschwindigkeit bei Auftreten des k-ten Zählimpulses und $s''_k(0)$ die Beschleunigung im selben Zeitpunkt. Typischerweise wählt man die Ordnung N zwischen eins und drei. Der Aufwand der mathematischen Berechnung ist abhängig von dieser Wahl.

Da jedoch keine Gleichungssyssteme gelöst werden müssen, ist der Rechenaufwand mit diesem Modell ohnehin recht klein. Mit Hilfe eines derartigen Modells lassen sich die unregelmässig anfallenden Positionswerte auf die jeweiligen Zeitpunkte des Reglertakts umrechnen. Selbstverständlich ist das selbe Verfahren auf jede Art von Messgrössen anwendbar. Dies führt gesamthaft zu einer exakteren Messung, zu weniger Totzeit und damit zu einem deutlich verbesserten Reglerverhalten.

Stettbacher Signal Processing AG
dsp@stettbacher.ch
www.stettbacher.ch
+41 43 299 57 23

Neugutstrasse 54
CH-8600 Dübendorf